La grande guerre des initialistes, des boréliens et des distributionnistes.

Le bridge est un jeu entièrement fondé sur les probabilités.
Il n'est pas une enchère, pas un jeu de la carte qui n'exige la caution des probabilités pour être approuvé par la communauté des bridgeurs et mériter le label de "bonne enchère" ou "bonne ligne de jeu".
Les livres et les logiciels de bridge sont souvent truffés de références aux probabilités.
Certains, même, comme le livre de Roudinesco sur "les maniements de couleur " ou le logiciel "Suitplay" de Jeroen Warmerdam, qui poursuit le même but, sont exclusivement basés sur les probabilités.
Beaucoup d'ouvrages, donc, parlent de probabilités ou y font référence lorsque l'occasion se présente, mais on doit, malgré cela, déplorer que certains auteurs bâtissent encore des systèmes entiers (parfois d'une rugueuse complexité) ou promeuvent des conventions, sans dire en quoi les probabilités en justifient la pertinence.

Le bridgeur, lui, heureusement, n'a pas besoin d'avoir une licence de mathématiques en poche pour se livrer aux joies de son jeu favori. Il lui suffit d'un peu de logique et d'un peu de technique déclinée sous la forme de quelques préceptes élémentaires comme

- "il faut préférer une impasse au roi ou à la dame à un partage 3-3, par contre un partage 3-2 ou 4-3 est de meilleure probabilité qu'une impasse" ,
- "lorsqu'on a 9 cartes entre les deux mains et qu'il nous manque la dame pour faire toutes les levées, la règle des 9 préconise qu'on tire AR en tête sans faire l'impasse",
- "lorsqu'il ne nous manque que le roi d'une couleur dans laquelle on doit faire toutes les levées, il faut toujours faire l'impasse sauf si l'on a 11 cartes de la couleur entre les deux mains",
- "un contrat dont la réussite nécessite le bon placement d'une carte sur deux est un excellent contrat",
- "une manœuvre exigeant le bon placement de deux cartes pour réussir est inférieure à une manœuvre se contentant du bon placement d'une carte",
- "le compte des points adverses peut parfois nous imposer un maniement contraire à l'usage",

etc ….

Mais, évidemment, la diversité des situations au bridge est tellement grande, qu'un jour ou l'autre on a besoin de l'arbitrage des mathématiques (et parfois de l'informatique) pour résoudre des problèmes relativement rares dont on ne trouve pas la solution sous les sabots d'un cheval.
Lorsque c'est le cas, on se heurte à un autre problème. Si les références aux probabilités ou les résultats qui les utilisent noircissent les pages de nombreux ouvrages, il est très rare que l'on trouve un bouquin expliquant le mécanisme des calculs qui ont conduit à publier ces chiffres.
Or, de tels ouvrages sont indispensables, d'une part pour résoudre les problèmes qui n'ont fait l'objet d'aucune publication, d'autre part pour vérifier l'adéquation des procédés de calcul utilisés aux règles des mathématiques.

En France, le seul ouvrage faisant référence, dans ce domaine, est "Théorie mathématique du bridge à la portée de tous" de Borel et Chéron (1949). (Borel est un mathématicien de stature mondiale). Mais plusieurs auteurs, dont Roudinesco dans la préface de sa traduction de "Testez votre bridge: Les probabilités, La lecture des mains" de Hugh Kelsey, ont abordé le sujet de façon plus ou moins didactique. Dans le monde anglo-saxon, Térence Reese et d'autres ont contribué à populariser, semble – t – il les idées de Borel (restricted choice) ou de Vernes (levées totales) mais je ne suis pas expert en paternité et je ne saurais dire quelle est la source exacte des théories actuelles, dont d'ailleurs les auteurs, ne suivent pas toujours à la lettre les recommandations de leurs glorieux précurseurs.

Ce qui découle de mon étude, c'est qu'aujourd'hui, en ce qui concerne la théorie mathématique du bridge, les bridgeurs sont globalement "fournituristes". (On verra dans ce qui suit ce qui caractérise cette ethnie). Mais parmi les fournituristes, il y a deux tribus qui en matière de probabilités ne parlent pas le même langage: les "boréliens" (essentiellement franchouillards et qui, comme leur nom l'indique, sont les héritiers du grand Borel) et les "initialistes", une branche d'origine anglo – saxonne qui est devenue largement majoritaire et a contaminé la planète entière.

A côté des "fournituristes" il y a les "distributionnistes", dont l'univers probabiliste est à celui des fournituristes ce que l'antimatière est à la matière, et qui de ce fait font figure d'extraterrestres sur la planète bridge. D'autant que leurs théories n'ont pas encore franchi les limites de mon cerveau et que j'en suis l'unique représentant connu de moi.

Qu'on me permette donc, dans cet ouvrage, de présenter les 3 théories concurrentes qui toutes aspirent au calcul de la "bonne probabilité". Et qu'on me permette aussi de soumettre ces théories à divers tests de nature mathématique qui permettront de contrôler la pertinence et la justesse des procédés étudiés.

I.

les 3 méthodes de calcul de la probabilité.

Commençons notre étude à partir d'une donne banale

	♠A9 ♥ A1095 ♦ 8542 ♣R108	
♥32 ♦V109		♥VD ♦763
	♠R73 ♥8764 ♦ ARD ♣ AV9	

Le contrat est 3SA. Le maniement des cœurs pour 2 levées ne pose aucun problème. On jouera petit autant de fois qu'il le faudra vers la main de Nord en espérant qu'Ouest mettra un honneur qu'on s'empressera de couvrir.
Entame ♦V pour le 2 , le 3 et l'as.
On joue cœur 6 , 2, 5 et V.
Retour carreau pris du roi.
On rejoue cœur 4 , 3, 9, D.
Retour carreau pour la D tout le monde fournit.
Nous marquons une pause pour nous demander si à ce stade le ♥R est plus probable en Ouest ou en Est.

à ce stade la situation des flancs (cartes connues, cartes inconnues) est la suivante:

OUEST	♦V	♦10	♦9	♥2	♥3								
EST	♦3	♦6	♦7	♥V	♥D								

D'après les distributionnistes, quelle est la probabilité du ♥R **à gauche?**
Je compte toutes les mains possibles en Ouest à ce stade (les mains contenant ♦V109♥32 et ne contenant pas ♦763♥DV) j'en trouve **12870**.
Je compte, parmi ces mains celles qui contiennent le ♥R: **6435**. Je divise 6435 par 12870. Résultat **50%**.
Pour faire plus simple: J'applique la **règle des places vacantes**: 8 de chaque côté, aucune dissymétrie constatée dans les jeux. La probabilité de situation de n'importe quelle carte encore non localisée est 8/16: résultat **50%**.
Avant de commencer le jeu de la carte je me pose la question: parmi toutes les mains possibles, combien attribueraient à Ouest ♦V109♥32 et à Est ♦763♥DV? Réponse **12870**.. Et parmi ces mains combien situent le ♥R en Ouest ? Réponse **6435.**Ratio? **50%**.

Dans cette approche, la façon dont on calcule les probabilités au cours du jeu de la carte est parfaitement claire.
Est et Ouest ont fourni telles cartes.
Si l'application des règles du bridge (par exemple un joueur défausse alors qu'il a l'obligation de fournir) dévoile la position de certaines cartes qu'on n'a pas encore fournies, on les attribue au joueur.
On reconstitue toutes les mains possibles (c'est-à-dire incluant forcément les cartes localisées, au stade du calcul).
On les compte.
Ensuite on compte les mains favorables à l'hypothèse dont on veut mesurer la probabilité, on les compte et on divise leur nombre par celui des mains possibles. Ce quotient est la probabilité cherchée.
Cette façon de procéder est parfaitement compatible avec celle qu'on utilisait avant que le jeu de la carte ne commence puisque si l'on se demande au début du coup, "en supposant qu'Ouest ait ♦V109 ♥32 et Est ♦763 ♥VD quelle ait la probabilité qu'Ouest ait le ♥R?" on trouve la même probabilité que celle qu'on calcule en cours de jeu.
Donc les probabilités calculées au cours du jeu de la carte sont les mêmes que les probabilités conditionnelles initiales pourvu que la condition attribue au flanc les cartes qu'on aura effectivement localisées au cours du jeu de la carte.

Quelle est à ce stade la probabilité de ♣D **à gauche?** Un raisonnement du même type m'amène à répondre **50%**.

Les fondements théoriques de ce mode de calcul (qu'on va appeler "distributionniste") sont très simples:
On considère que la distribution aléatoire est la mère de toutes les probabilités, que le ♥R est là où il est depuis le début de la donne et que la façon dont les adversaires fournissent les cartes équivalentes ne peut pas influencer une probabilité qui est gravée dans le marbre depuis que les cartes ont été distribuées.

Mais les "fournituristes" ne sont pas du tout d'accord.

D'après les adeptes du moindre choix lorsqu'Ouest a ♥R32 ou ♥32 , il est obligé de fournir le 3 et le 2.
Est, lui aussi, est obligé de fournir la D et le V s'il a ♥DV secs mais s'il a ♥RDV il ne fournit DV qu'une fois sur 3.
(Il peut aussi fournir RV ou RD).
Ce qui fait que la fréquence de fourniture de DV est moindre avec RDV qu'avec DV secs.

L'idée qui sous tend la théorie du moindre choix est que pour estimer la probabilité d'une hypothèse, il faut se situer dans un contexte où les cartes fournies sont celles de notre donne et que la probabilité d'une conjecture est égale à la fréquence à laquelle cette conjecture se produit quand les cartes sont fournies comme dans notre donne.

Bien, admettons provisoirement l'influence de la fréquence de fourniture sur la probabilité, mais pour savoir si les cartes fournies le sont plus fréquemment quand le Roi est en Ouest que quand le Roi est en Est il faut connaître la fréquence avec laquelle se produisent les 2 répartitions possibles, c'est-à-dire la fréquence avec laquelle Est a RDV et la fréquence avec laquelle Est a DV, avant la fourniture.
Comment fait - on pour calculer ces fréquences, que nous appellerons "**fréquence de présence**" de telles cartes ?
A ce stade, les matheux et les bridgeurs ne sont plus d'accord.
● Les matheux, sous la férule de Borel (voir plus loin), disent que les répartitions possibles doivent intégrer les cartes vues, c'est-à-dire qu'il va falloir calculer la fréquence avec laquelle Est et Ouest ont les 3 carreaux et les 2 cœurs que nous avons vu avec ou sans le ♥R et fournir les cœurs à partir de ces distributions .
● Les bridgeurs, eux, ont depuis longtemps relégué Borel aux oubliettes et sous l'influence des américains, il s'appuient sur les distributions initiales pour calculer la probabilité de leurs maniements à deux décimales prés.

Le calcul des initialistes

Voici un exemple de calcul s'appuyant sur les fréquences initiales:

OUEST	EST	fourniture ♥32 et ♥DV	présence initiale	présence et fourniture
♥32	♥**R**DV	1/3	39/1150 = 3,39%	13/1150
♥**R**32	♥DV	1	39/1150 = 3,39%	39/1150

Donnons quelques explications:

● Dans les colonnes EST – OUEST nous trouvons **toutes les combinaisons de cœurs possibles avec lesquelles Ouest peut fournir 32 et Est DV.**
● Dans la colonne fourniture nous évaluons la fréquence avec laquelle les deux joueurs fournissent les cartes de notre donne selon la combinaison de cœurs qu'on leur prête. Ici ils ont fourni 2 cartes chacun donc avec 32, R32 ou DV ils n'avaient pas le choix tandis qu'avec RDV Est pouvait fournir RD RV ou DV. Avec 32 pour RDV, la conjonction des fournitures des 2 joueurs pouvait donc être 32-RD, 32-RV ou 32-DV si bien que la **fréquence de fourniture** de 32-DV avec ces cartes est $\frac{1}{3}$
● La **fréquence de présence** est le rapport du nombre de mains possibles contenant la combinaison de cartes avec laquelle on fournit, au nombre total de mains possibles.
D'un point de vue pratique, si la fréquence de présence d'une combinaison de cartes (C) est F%, cela veut dire que si l'on distribue aléatoirement des milliers de mains possibles, on retrouvera à quelque chose prés la combinaison C dans F% de ces mains.
● La colonne "**présence et fourniture**" indique avec quelle fréquence on possède la combinaison de cœurs des colonnes de gauche et on fournit les cartes qui ont été fournies.
Pour calculer la fréquence avec laquelle le ♥R est en Est quand on fournit 32-DV, il faut diviser la somme des poids des cellules présence et founiture qu'on trouve dans les lignes du tableau qui situent le roi en Est par le poids total de ces cellules.
En somme la probabilité de trouver le ♥R en Est est $\frac{13}{13+39}$ = 25% et celle de le trouver en Ouest est 75%.

Avec ce procédé de raisonnement quelle est la probabilité de situation de la ♣D
Les cas possibles sont :

OUEST	EST	fourniture	présence initiale	présence et fourniture
♣D + ♥32	♥RDV	1/3	11/42	11/126
♣D + ♥R32	♥DV	1	10/42	30/126
♥32	♥RDV+♣D	1/3	10/42	10/126
♥**R**32	♥DV+♣**D**	1	11/42	33/126

Donc la probabilité de trouver la ♣D (ou n'importe quelle autre carte noire) à droite est

$$\frac{10+33}{11+30+10+33} = \frac{43}{84}$$

P(carte noire en Est) = $\frac{43}{84}$ = 51,19%.
P(carte noire en Ouest)= $\frac{41}{84}$ = 48,81%. (Normal dés lors que le ♥R squatte le jeu d'Ouest 3 fois sur 4).

Pourquoi sommes nous obligés de faire figurer le ♥R en même temps que la ♣D dans les combinaisons des colonnes Est – Ouest? Parce que si la fréquence de fourniture des cœurs selon leur combinaison, affecte la probabilité de présence du ♥R elle affecte aussi la probabilité de présence des autres cartes dont la ♣D.
D'ailleurs, si le ♥R squatte le jeu d'Ouest, il faut bien qu'en compensation les cartes noires soient plus probables en Est.

Avant de poursuivre plus avant, qu'on me permette de présenter **les exemples à travers lesquels Borel va présenter au monde la théorie du moindre choix** dans la note VI de son ouvrage:

Le problème étudié par Borel est le suivant :
On dispose de 6 cartes : RV d'une couleur (♥) et 2, 3, 4, 5 d'une autre couleur (♠).
On les distribue de façon aléatoire : 3 à Est – 3 à Ouest
La probabilité de trouver RV rassemblés dans une même main est **40%**.
La probabilité de trouver le R dans une main et le V dans l'autre est **60%**.
Le déclarant joue ♠, Est – Ouest fournissent. Les probabilités sont – elles modifiées ?
Borel examine successivement 3 hypothèses :

1 Est et Ouest jettent indifféremment leurs piques, au hasard
2 Est et Ouest jettent toujours la plus faible carte qu'ils possèdent
3 Est et Ouest jettent toujours la plus faible carte, sauf si leur deux plus basses cartes se suivent : dans ce cas ils jettent indifféremment l'une ou l'autre.

Cas 1

Est a joué le ♠2 et Ouest le ♠3. Ces cartes sont aléatoires.
Du point de vue des mains possibles Est ne pouvait avoir en début de coup que
245 24V 24R 25V 25R 2**RV**
Donc la probabilité pour qu'il ait RV est passée de **20%** à 1/6 soit **16,7%.**
Du point de vue des fournitures possibles, laissons le micro à Borel :
« La faute de raisonnement (de l'évaluation précédente) provient de ce qu'on tient seulement compte de la probabilité d'entrée en jeu de la cause : Est recevra RV2, 5 fois sur 100. On oublie de tenir compte de la probabilité que, la cause étant entrée en jeu, c'est-à-dire Est ayant reçu RV2, Est et Ouest jouent tous deux comme ils l'ont fait. Voici maintenant le raisonnement correct qui consiste à appliquer la formule de Bayes…»
Et Borel nous explique que si Est a RV2 la probabilité pour qu'il joue le 2 est 1, tandis que la probabilité pour qu'Ouest joue le 3 est 1/3 puisqu'il a 3 petites cartes.
Si on passe en revue de la même façon les 6 mains possibles pour Est et qu'on s'intéresse à toutes les possibilités de fournitures, on verra que sur les cas où le 2 et le 3 sont fournis, la fréquence de RV en Est sera 1/5 soit **20%** c'est-à-dire exactement ce qu'elle était au début du coup.

Détail du calcul :

EST	OUEST	P(présence)	P(fourniture)	P(présence et fourniture)	TOTAL
245	3RV	1/6	1/3	1/18	4/18
24V	35R	1/6	1/4	1/24	
24R	35V	1/6	1/4	1/24	
25V	34R	1/6	1/4	1/24	
25R	34V	1/6	1/4	1/24	
2**RV**	345	1/6	1/3	1/18	1/18

Au total probabilité d'avoir une des mains possibles et de fournir le 2 en Est et le 3 en Ouest = 5/18
Probabilité d'avoir RV en Est quand le 2 et le 3 sont fournis par les mains de l'exemple = 1/18 divisé par 5/18 = 1 / 5 = **20%**
Bien sûr pour que ces chiffres soient valables, il faut que d'autres cartes soient fournies avec les mains possibles, par exemple avec 245 pour 3RV, le 5 et le 3 peuvent être fournis. Mais ces cas sont négligés. Nous ne nous intéressons qu'aux cas où comme dans notre problème, le 2 et le 3 ont été fournis.

Cas 2

Est et Ouest jouent leur plus basse carte.
Borel étudie les cas les plus intéressants et nous donne les probabilités suivantes :

Carte jouée par ….		**RV en E**	**R en E**	**V en E**	
Est	**Ouest**		**V en O**	**R en O**	**RV en O**
2	3	16,7%	33,3%	33,3%	16,7%
2	4	0	33,3%	33,3%	33,3%
2	5	0	0	0	100%

Cette fois, la hauteur de la carte jouée par Ouest nous permet de situer de 0 à 2 cartes en Est et en reconstituant **les mains possibles**, on trouve les résultats donnés par Borel.
Par exemple, si Ouest fournit le 5 , comme il n'a pas de carte plus petite, on est certain que ce 5 provient de RV5. Quand le 2 et le 3 sont fournis on retrouve les probabilités basées sur les mains possibles.

Cas 3

Si les plus basses cartes se suivent, on fournit au hasard, sinon, on fournit la plus petite.
Borel détaille les cas suivants :

Carte jouée par ….		**RV en E**	**R en E**	**V en E**	
Est	**Ouest**		**V en O**	**R en O**	**RV en O**
2	3	7,7%	34,6%	34,6%	23,1%
2	4	14,3%	32,1%	32,1%	21,4%
2	5	28,6%	21,4%	21,4%	28,6%
3	4	0%	25%	25%	50%
3	5	0%	30%	30%	40%
4	5	0%	0%	0%	100%

Borel démontre ces résultats en mâtinant probabilité de situation et loi de Bayes.
Nous vous épargnerons le détail de ce calcul qui ne revêt pas un grand intérêt.

Justification de notre approche du calcul borélien.
L'étude détaillée du cas 1 montre bien que Borel fait fournir les cartes de toutes les façons possibles à partir des seules combinaisons qui sont compatibles avec notre donne. Dans l'exemple de Borel on s'interroge sur la probabilité après qu'Est ait fourni le 2 et Ouest le 3. Toutes le combinaisons à partir desquelles on invite les 2 joueurs à fournir des petits piques au hasard situent bien ces 2 cartes là où on les a vues.
Cela est conforme à une autre déclaration de Borel:
« Les déclarations, d'abord, l'entame et le jeu de la carte ensuite, nous fourniront des renseignements de plus en plus précis **desquels nous tiendront compte en <u>éliminant les hypothèses incompatibles avec ce que nous avons appris</u>** ; mais qui avaient dû être envisagées comme possibles au début, dans les calculs faits avant la donne. Nous aurons aussi à tenir compte de la psychologie des joueurs, c'est à dire de la probabilité des causes. Nous nous demanderons, **<u>en supposant que tel joueur a bien reçu telle combinaison donnée de cartes</u>**, quelle est la probabilité pour qu'il joue comme il a joué. Et l'application de la formule de Bayes nous permettra enfin de remonter à la véritable probabilité à posteriori : celle que l'effet observé soit bien du à la cause. »
Nos calculs de la probabilité borélienne seront donc fidèles en tous points aux préconisations de Borel. Et comme il faut bien donner les cartes aux joueurs avant qu'ils ne fournissent, ils fournissent à partir d'un échantillon qui respecte les probabilités de présence.

Le calcul des boréliens

♠ A9 ♥ A1095 ♦ 8542 ♣ R108 (le répondant, en Nord)
♠ R73 ♥ 8764 ♦ ARD ♣ AV9 (le déclarant, en Sud: vous)
Contrat 3SA.
Au stade du calcul la situation est la même que précédemment:

OUEST	♦V	♦10	♦9	♥2	♥3									
EST	♦3	♦6	♦7	♥V	♥D									

Quelle est à ce stade la probabilité du ♥R à gauche?
Selon Borel donc, il faut s'intéresser aux fournitures possibles avec les mains contenant toutes les cartes vues et non pas seulement avec les mains qui initialement contenaient les cœurs tels que dans notre donne. Chez Borel, la fréquence de présence sera donc le rapport du nombre de mains possibles contenant les cartes vues + les cartes non encore localisées de la couleur maniée au nombre total de mains possibles contenant les cartes vues.
Ici cela ne va pas changer grand-chose à la probabilité de présence du ♥R car il n'y a aucune dissymétrie des cartes localisées ce qui fait que comme chez les initialistes, la probabilité va être répartie entre les deux mains au prorata de la fréquence de fourniture.
Mais on va voir qu'il n'en ira pas de même lorsqu'on cherchera la probabilité de situation d'une carte noire.

Voilà donc, en ce qui concerne notre donne, le schéma à partir duquel les boréliens calculent leurs probabilités:

OUEST	EST	fourniture	présence	présence et fourniture
♦♦♦ + ♥**32**	♦♦♦ +♥R**DV**	1/3	1/2	1/6
♦♦♦ + ♥R**32**	♦♦♦ +♥**DV**	1	1/2	3/6

Dans le chapitre consacré aux calculs distributionnistes, nous avons vu qu'il y avait à ce stade 12870 mains possibles et que la moitié situaient le ♥R chez Ouest, ce qui justifie la fréquence de présence.
Borel nous dit certes les deux combinaisons échoient aux deux joueurs avec des fréquences de présence égales (1/2) mais avec la première, quand RDV sont en Est, il ne fournit DV qu'une fois sur 3 tandis qu'avec la seconde ni Ouest ni Est n'ont le choix et ils sont obligés de fournir à tous les coups les cartes vues.
En somme, sur les coups où les cartes sont fournies conformément à notre donne, la seconde combinaison est 3 fois plus fréquente que la première et la probabilité de trouver le ♥R à gauche (75%=$\frac{3}{3+1}$) est 3 fois plus grande que la probabilité de le trouver à droite (25%).

Déjà nous notons que dans ce procédé la somme des probabilités de présence est 100% au lieu de 6,78% dans le cas précédent, ce qui est plus satisfaisant pour un matheux, dés lors qu'on doit explorer toutes les combinaisons de cœurs possibles.

Remarquons encore que Borel assortit ses calculs d'un avertissement: il nous dit bien que la probabilité calculée n'est exacte que dans la mesure où les joueurs fournissent leurs cartes équivalentes de façon aléatoire.
S'ils fournissent les cartes dans l'ordre ascendant, ou d'abord celle du milieu avec 3 cartes équivalentes, ou si l'on ne connaît pas la façon dont les adversaires fournissent leurs cartes, les probabilités que nous venons de calculer n'ont aucune signification.
Aujourd'hui, personne ne tient plus compte de cet avertissement, et personne ne base plus ses calculs sur les cartes vues, plutôt que sur les distributions initiales. Pourtant les distributions initiales permettent de formuler de nombreuses hypothèses incompatibles avec ce que nous avons appris.

Avec le procédé Borel quelle est la probabilité de situation de la ♣D?
Les cas possibles sont :

OUEST	EST	fourniture	présence	présence et fourniture
♦♦♦ +♥32+ ♣**D**	♦♦♦ +♥DV+♥**R**	1/3	8/30	8/90
♦♦♦ +♥32+♣**D** + ♥**R**	♦♦♦ +♥DV	1	7/30	21/90
♦♦♦ +♥**32**	♦♦♦ +♥DV+♥**R**+♣**D**	1/3	7/30	7/90
♦♦♦ +♥32+♥**R**	♦♦♦ +♥**DV**+♣**D**	1	8/30	24/90

Ici, il y a toujours 12870 mains possibles parmi lesquelles (par exemple) 3432 mains qui situent la ♣D en Ouest et le ♥R en Est d'où une fréquence de présence de 3432/12870 = 8/30.
Donc, au final, la probabilité de trouver la ♣D (ou n'importe quelle autre carte noire) à gauche est $\frac{21+8}{8+21+7+24}=\frac{29}{60}$ = 48,33%.
P(carte noire en EST) = $\frac{31}{60}$ = 51,66% et P(carte noire en OUEST) =$\frac{29}{60}$ = 48,33%.
Remarquons que la probabilité calculée n'est pas la même que celle basée sur les probabilités initiales ($\frac{43}{84}$ et $\frac{41}{84}$) ce qui est inquiétant dans la mesure où les deux méthodes prétendent au label "mathématique".

Par contre, dans les calculs de Borel, la somme des probabilités de présence est encore 100% comme l'exigent les mathématiques.

Ceci dit, dans les 2 méthodes, toute carte noire est plus probable en EST, ce qui est normal dans la mesure où la carte rouge (le ♥R) réside en OUEST et occupe donc une place de ce jeu, 3 fois sur 4. L'application des principes du moindre choix débouche, normalement, sur une rupture de l'équiprobabilité.

2.

Les tests de cohérence

3 procédés, donnant des résultats différents, pour calculer une probabilité, c'est beaucoup plus que n'en tolèrent les mathématiques.

Existe-t- il un moyen de tester la cohérence de tous ces dispositifs de calcul?

Oui, Kolmogorov a défini l'axiomatique des probabilités c'est-à-dire les règles qui permettent de définir un ensemble de situations comme probabilisable et les propriétés que doivent vérifier les probabilités calculées sur ces situations pour mériter le label mathématique.
Si un procédé de calcul vérifie les règles et les propriétés édictées dans l'axiomatique, il mérite le label de probabilité au sens mathématique.

En matière de bridge comment procéder pour séparer le bon grain de l'ivraie?
D'abord, il faut savoir que dans la mesure où l'on prétend évaluer la probabilité de situation de toute carte restant en jeu l'axiomatique fixe au procédé de calcul l'obligation de déterminer la probabilité de situation de tout groupe de cartes non encore localisées au stade du calcul. Et à partir de là, la probabilité de répartition de n cartes entre les 2 flancs, la probabilité de répartition des cartes par couleurs au sein d'une main, la probabilité d'une force d'honneurs dans une main et bien d'autres choses encore. Pour les matheux, c'est une conséquence de la qualité de "tribu" que doit posséder l'espace probabilisable.
En outre, le calcul de probabilités doit être utilisable à tous les stades de la donne.

Ces obligations étant respectées, pour tester la cohérence du dispositif de calcul de la probabilité on peut avoir recours à de nombreux procédés dont j'ai retenu les suivants:

1) on peut utiliser le test des probabilités totales :
Avec chaque mode de calcul, on peut évaluer non seulement la probabilité pour que le ♥R se trouve en Ouest mais aussi la probabilité pour que n'importe quelle carte non encore localisée se trouve en Ouest.

On peut donc désigner une carte non encore connue du jeu d'Ouest et calculer la probabilité pour qu'elle soit rouge ou noire. Ce qui est une certitude.
Donc, si l'on ne trouve pas que cette probabilité est égale à 1: fessée aux partisans de la méthode.

2) on peut utiliser le test de connexion:
● Appelons P(W-E) la probabilité pour qu'un groupe de N cartes soit partagé W en Ouest et E en Est avec W+E = N.
Par exemple P(1-3) est la probabilité pour que 4 cartes soient partagées 1 en Ouest et 3 en Est.
Ce type de probabilité va, bien sûr, donner lieu à des calculs différents d'un procédé à l'autre
● Par contre, tous les procédés de calcul admettent que si H est une carte du groupe, la probabilité pour que H soit située en Ouest est $\frac{W}{W+E}$quand le partage est W-E . Par exemple P(H en Ouest dans un partage 1-3)= P(1) = $\frac{1}{4}$.
● Enfin on peut calculer la probabilité de H en Ouest lorsqu'on ne connaît pas le partage du groupe auquel appartient cette carte: P(H en W) et là encore les 3 procédés peuvent donner des résultats différents.

L'axiomatique oblige ces 3 probabilités à être liées par la relation suivante:

P(H en W) = somme (sur toutes les distributions possibles du groupe de H) des produits P(W) x P(W-E).
Par exemple supposons que 4 trèfles dont la dame restent en jeu. On a:
P(♣D en W)= $\frac{0}{4}$xP(0-4) + $\frac{1}{4}$P(1-3) + $\frac{2}{4}$P(2,2) +$\frac{3}{4}$ P(3-1) + $\frac{4}{4}$P(4-0) (Loi de connexion).
Si la loi de connexion n'est pas respectée on peut mettre le procédé de calcul au clou des chiottes.

3) on doit vérifier la cohérence de l'univers avec le contexte dans lequel on mesure la probabilité
Réussir les 2 tests précédents est une condition nécessaire à l'obtention du label mais ce n'est pas une condition suffisante. il existe en effet de nombreuses familles de nombres aléatoires vérifiant les équations des tests mais elles ne méritent pas pour autant le label de "probabilités".
<u>Ne pas passer le test est rédhibitoire, mais le passer avec succès n'est pas suffisant.</u>
Un dispositif peut passer avec succès les 2 tests précédents dans une situation donnée et être recalé dans une autre.
Or l'axiomatique dit bien que pour mériter le label mathématique, le procédé doit être applicable à tous les membres de la tribu.
Cela signifie que non seulement l'univers où se déroulent les calculs doit justifier tous les chiffres utilisés dans ces calculs, mais il doit être compatible avec tous les aspects de la donne de bridge c'est-à-dire qu'il doit permettre de calculer toutes les probabilités dont on peut avoir besoin à ce stade, confirmer comme possible tout ce qui est encore possible à ce stade et comme impossible ce qui ne l'est plus.
En somme si l'univers dans lequel on calcule la probabilité prétend restituer le contexte de la donne de bridge, il faut qu'il soit compatible avec tous les faits et tous les calculs qui caractérisent notre donne sans quoi nous quittons le domaine scientifique pour celui du bricolage destiné à justifier une théorie boiteuse et irrecevable.
Si un dispositif de calcul est pris en flagrant délit de trafic d'univers hallucinogène, on en interdira la consommation aux enfants et aux personnes âgées, autant dire à la grande majorité des bridgeurs.

Le test de la probabilité totale

Les différents procédés ont permis de calculer les probabilités qui nous intéressent .
Au stade du calcul, il ne reste aux flancs qu'une carte rouge (le ♥R) et 15 cartes noires.
Les probabilités de trouver en Ouest le ♥R ou une carte noire précise, selon le procédé utilisé, sont les suivantes

	distributionnistes	initialistes	Boréliens
P(♥R)=P(R)	1/2	3/4	3/4
P(♣D)=P(N)	1/2	41/84	29/60

Désignons maintenant les 8 cartes encore inconnues du jeu d'ouest (en bleu):

OUEST	♦V	♦10	♦9	♥2	♥3								
EST	♦3	♦6	♦7	♥V	♥D								

La probabilité qu'elles contiennent la ♣D ou une autre des 15 cartes noires restant en jeu est donc P(N).
Tandis que la probabilité qu'elles contiennent le ♥R, la carte rouge est P(R) .
Désignons maintenant l'une de ces 8 cartes

OUEST	♦V	♦10	♦9	♥2	♥3	**X**							
EST	♦3	♦6	♦7	♥V	♥D								

Elle n'a pas plus ou moins de chances que l'une ou l'autre de ces 8 cartes d'être la ♣D donc ses chances d'être la ♣D (ou une autre carte noire) est $\frac{P(N)}{8}$

Quelle est la probabilité de la carte marquée d'un X d'être noire? Elle est 15 fois plus importante puisqu'il y a 15 cartes noires et donc on peut dire qu'elle est égale à $\frac{15P(N)}{8}$.

Et la probabilité pour cette carte d'être la carte rouge? P(R) divisé par 8 soit $\mathbf{\frac{P(R)}{8}}$.

Quelle est la probabilité P(R ou N) de cette carte d'être rouge ou noire? $\mathbf{\frac{15P(N)+P(R)}{8}}$

Reste à remplacer P(N) et P(R) par leur valeur pour avoir le résultat de ce premier test

distributionnistes: P(R ou N) = 1 (résultat correct)
Boréliens = P(R ou N) = 1 (résultat correct)
Initialistes = P(R ou N) = $\frac{113}{112}$ (**résultat incorrect**)

Il s'agit, je le précise d'un calcul exact et non pas approché (d'où la forme fractionnaire quand elle s'impose).

Donc les initialistes sont en échec dés leur premier test. Couvrons les d'opprobre et tant qu'on y est de goudron et de plumes. Leur calcul ne mérite en aucun cas le label de calcul de probabilités.
Pourquoi?
Au stade où nous faisons notre calcul, l'univers des possibles sur lequel sont basés les chiffres des initialistes n'a plus aucune réalité. Au début de la donne, quand toutes les mains étaient possibles, la proportion de celles qui situaient ♥RDV en Est était bien 3,39%. Soit. Mais à quoi cela peut -il bien nous servir maintenant que seules restent en lice, pour revendiquer une probabilité non nulle en Est, les mains qui contiennent ♥DV, ♦763 et qui ne contiennent pas ♥32 et ♦V109?
Distributionnistes et Boréliens n'ont-ils pas raison de considérer les probabilités issues de ces mains et d'aucune autre?
En tous cas ce test rend un verdict implacable.
Si vous deviez parier sur un chiffre à la roulette, préfèreriez vous parier au moment où le croupier lance la boule (probabilité 1/37) ou au moment où la boule s'apprête à tomber dans un tiers du cylindre (probabilité 1/12)?
A la roulette, la trajectoire de la bille est fixée dés que le croupier l'a lancée et dans les cas où l'on peut obtenir des précisions sur la forme ou le point d'impact de cette trajectoire, les probabilités initiales cessent d'être signifiantes
Et bien au bridge c'est pareil, les proportions initiales cessent de nous être utiles dés qu'une carte a été jouée, car cette carte restreint de façon significative l'univers des possibles et il serait aberrant de ne pas en tenir compte.
Songez que dés qu'Ouest a entamé et fourni une carte, une seule, le nombre de mains possibles qu'on peut lui attribuer passe de 10.400.600 à 5.200.300. La boule ne peut plus tomber que dans un demi cylindre.
Trouvez-vous normal de ne pas en tenir compte?

De toute façon, le test de la probabilité totale clôt le débat. Demandons aux initialistes de rentrer au vestiaire pour se rhabiller et passons au test suivant avec les deux concurrents restant en lice.

Le test de la loi de connexion

Dans cette situation

OUEST	♦V	♦10	♦9	♥2	♥3								
EST	♦3	♦6	♦7	♥V	♥D								

On s'intéresse au groupe des 15 cartes noires encore non localisées en EST-OUEST.
Sachant que le ♥R est la seule carte rouge restant en jeu, les cartes noires peuvent être partagées (7-8) ou (8-7).
Elles sont partagées (7-8) quand le ♥R est en Ouest et (8-7) quand il est en Est.
Donc P(7-8)=P(♥R en Ouest) et P(8-7) = P(♥R en Est)
Le groupe des cartes noires contient la ♣D.
Dont les paramètres de la loi de connexion sont d'après les deux méthodes restant en lice:

	♣D en Ouest	P(7)	P(7-8)	P(8)	P(8-7)
distributionnistes	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{2}$
Boréliens	$\frac{29}{60}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{4}$

La loi de connexion s'exprime ainsi
P(♣D en W) = P(7).P(7-8) + P(8).P(8-7)
Ce qui donne
distributionnistes: $\frac{1}{2} = \frac{7}{15}.\frac{1}{2} + \frac{8}{15}.\frac{1}{2} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$ (Loi vérifiée)

Boréliens : $\frac{29}{60} = \frac{7}{15}.\frac{3}{4} + \frac{8}{15}.\frac{1}{4} = \frac{29}{60}$ (Loi vérifiée)

Les deux procédés passent avec succès ce test, mais un fait devrait attirer votre attention: les boréliens ne sont pas d'accord avec la loi qui prétend que lorsque un groupe de cartes est partagé W-E, la probabilité de trouver une carte H du groupe en Ouest est $\frac{W}{W+E}$.
En effet, dans la situation de notre donne:

OUEST	♦V	♦10	♦9	♥2	♥3								
EST	♦3	♦6	♦7	♥V	♥D								

si l'on considère le groupe des 16 cartes restant en jeu
D'après les distributionnistes, la probabilité du ♥R en Ouest est $\frac{W}{W+E} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$
Tandis que pour les Boréliens cette probabilité est $\frac{3}{4}$.
Mais cela n'est vrai que pour les groupes incluant les cœurs (et plus généralement les groupes incluant des couleurs au sein desquelles les fréquences de fourniture rompent l'équiprobabilité). Pour les trèfles et les piques la loi donnant la probabilité de situation d'une carte dans un partage connu reste valable, ce qui fait que la loi de connexion reste valable dés lors qu'elle s'applique au groupe des cartes noires.

La simulation informatique.

On voit qu'il est difficile de départager les deux théories concurrentes restant en lice et certain d'entre vous se demandent si en faisant tirer un grand nombre de donnes à l'ordinateur, on ne va pas pouvoir arbitrer ce débat selon qu'il nous donnera pour le ♥R une fréquence de 50% ou 75%.
Imposons tour à tour à l'ordinateur les 3 protocoles suivant

Protocole 1 (version initialiste)
- on distribue au hasard les 26 cartes du flanc entre les deux mains,
- on ne retient que les mains qui situent en Ouest ♥32 et en Est ♥VD (le ♥R et les autres cartes étant n'importe où)
- Avec ces mains, on fait fournir à l'ordinateur 2 cœurs de chaque jeu de façon aléatoire s'ils sont équivalents
- Sur les coups où Ouest a fourni le 3 et le 2 et Est la D et le V on évalue par comptage la fréquence du ♥R et de la ♣D en Ouest, on les trouve conforme aux calculs des initialistes (à quelques broutilles prés).

Protocole 2 (version borélienne)
- on distribue au hasard les 26 cartes du flanc entre les deux mains,
- on ne retient que les mains qui situent en Ouest ♥32♦V109 et en Est ♥VD♦763 (le ♥R et les autres cartes étant n'importe où)
- Avec ces mains, on fait fournir à l'ordinateur 2 cœurs de chaque jeu de façon aléatoire s'ils sont équivalents
- Sur les coups où Ouest a fourni le 3 et le 2 et Est la D et le V on évalue par comptage la fréquence du ♥R et de la ♣D en Ouest, on les trouve conforme aux calculs des boréliens (à quelques broutilles prés).

Protocole 3 (version distributionniste)
- on distribue au hasard les 26 cartes du flanc entre les deux mains,
- on ne retient que les mains qui situent en Ouest ♥32♦V109 et en Est ♥VD♦763 (le ♥R et les autres cartes étant n'importe où)
- Sur ces mains on évalue par comptage la fréquence du ♥R et de la ♣D en Ouest, on les trouve conforme aux calculs des distributionnistes (à quelques broutilles prés).

On voit qu'il ne faut pas compter sur l'ordinateur pour résoudre ce dilemme. En fait l'ordinateur ne fait qu'exécuter le programme qu'on lui impose. C'est dans la conformité du protocole aux règles des probabilités qu'il faut chercher la faille.

Le test de cohérence des univers

Il y a quand même un truc qui aurait dû vous choquer chez Borel. Dans son bouquin il nous recommande bien d'éliminer les hypothèses incompatibles avec ce que nous avons appris.
Et donc, considérer comme le font les initialistes que la probabilité à ce stade peut être calculée en considérant comme possibles des mains qui ne situent pas ♦V109 en Ouest ou des mains qui situent une ou plusieurs cartes parmi ♦763 en Ouest n'est pas correct car ce sont des hypothèses incompatibles avec ce que nous avons appris.

Soit. Mais pourquoi, la probabilité de fourniture de ♥DV avec ♥RDV est elle 1/3? Une probabilité ne se calcule qu'à partir des évènements possibles Non? Donc si Borel trouve 1/3, c'est bien parce qu'il considère que, par exemple, la fourniture de RD est possible.
Question? Une fois qu'Est a fourni ♥VD comme c'est le cas dans notre donne, est il possible qu'il fournisse ♥VR?
Non c'était possible avant qu'il fournisse la dame. Mais là, à l'instant où l'on évalue notre probabilité, fournir VR n'est pas une hypothèse compatible avec ce que nous avons appris. Donc n'avons pas le droit de faire l'amalgame entre fréquence et probabilité de fourniture car la probabilité de fournir DV avec RDV n'est 1/3 que pour autant que nous n'avons pas commencé à fournir les cœurs et dans notre donne, ce n'est pas le cas. En d'autres termes au stade où nous effectuons notre calcul, multiplier une probabilité de présence par un chiffre qui n'a pas le statut d'une probabilité n'a aucun sens et ne peut en aucune manière permettre d'évaluer une probabilité composée.

En fait cette incohérence est très subtile, elle n'est pas facile à percevoir et encore moins à expliquer aux boréliens pour lesquels l'univers est constitué de donnes où l'on fournit de toutes les façons possibles à partir de mains contenant les cartes compatibles avec la nôtre sans se préoccuper de l'incompatibilité des fournitures. Essayons quand même.
Dire "sur les donnes où l'on aura fourni ♥32 en Ouest et ♥DV en Est, la fréquence du ♥R en Ouest sera 75%" revient à dire qu'on se place dans une population de donnes et que la fourniture est un caractère marquant chaque donne.
(alors que les distributionnistes se situent dans une population de mains, les mains possibles d'une même donne)
Comme il est manifeste que toutes les probabilités calculées avant que ne débute le jeu de la carte, le sont dans l'univers des distributionnistes, l'amalgame entre les deux types de probabilités est incorrect du point de vue axiomatique. Les boréliens utilisent deux référentiels différents selon qu'ils calculent avant ou pendant le jeu de la carte et il nous reste à déterminer si utiliser le deuxième type est pertinent dans notre donne.

Pour mieux comprendre la différence entre les deux procédés de calcul et les univers qu'ils supposent, notons qu'il y a au stade du calcul 12870 distributions possibles pour Est et imaginons les expériences suivantes.

Le protocole numéro 1 qui reconstitue l'univers distributionniste

Nous avons enfermé chacune des 12870 combinaisons de cartes possibles au moment du calcul dans un étui.
La moitié des étuis situe donc ♥DV secs en Est et l'autre moitié ♥RDV.
C'est l'univers des distributionnistes et il est absolument compatible avec notre donne et avec les lois du bridge.
Dans cet univers vous pouvez calculer toutes les probabilités dont vous avez besoin au stade de notre calcul, vous pouvez vérifier que tout ce qui est possible (ou impossible) dans notre donne est possible (ou impossible) dans cet univers.
Je tire un étui au hasard, la probabilité d'y trouver le ♥R est 50%.

Le protocole numéro 2 qui reconstitue l'univers borélien

Au dos des étuis contenant ♥DV nous avons écrit "DV fournis" et au dos des étuis contenant ♥RDV nous avons écrit sur un tiers d'entre eux "DV fournis" sur un autre tiers "RV fournis" et sur le tiers restant "RD fournis".
C'est l'univers borélien. Cet univers est il compatible avec notre donne?
Evidemment **non**, dans notre donne il n'y a pas de RV fournis ou de RD fournis.
Mais les incohérences ne s'arrêtent pas là:
Nous tirons un étui et au dos de cet étui est écrit "DV fournis" quelle est la probabilité qu'il contienne le ♥R? 25%.
Bravo.
Nous tirons un étui au dos duquel il est écrit "RV fournis" quelle est la probabilité qu'il contienne la ♥D? 100% évidemment puisque le 3^{e} honneur se trouve toujours dans un étui où le Roi est fourni.
Et le programme informatique du chapitre précédent est entaché du même défaut: quand on fait fournir RD à l'ordinateur, la probabilité du V en Est est encore 100% puisque dans le protocole de Borel, la présence de DV en Est est obligatoire par soucis de conformité avec les conditions de notre donne.
Question: hormis les cas où l'un des joueurs montre une chicane dans la couleur existe t –il au bridge une situation où la fourniture de 2 honneurs contigus sur 3 dope jusqu'à la certitude la probabilité que le jeu qui l'a fourni contienne le 3^{e}? Evidemment **non**!
Et si l'on enlevait les étuis sur lesquels on a écrit "RV fournis" ou "RD fournis"? Dans l'univers ainsi obtenu ce défaut disparaîtrait.
Oui mais dans ce cas la probabilité de DV fournis ne serait pas 1/3 mais 100% et l'univers ne validerait pas le calcul.
Nous pouvons donc affirmer que l'univers dans lequel se situe Borel est impropre à caractériser une situation de bridge et qu'en conséquence il est impropre à mesurer une probabilité dans une donne de bridge.

Le protocole no3 qui reconstitue un univers compatible avec toutes les situations de bridge.

Pour être compatible avec toutes les situations de bridge , il faut faire, en gros, ce que font les initialistes, c'est-à-dire mettre dans les étuis toutes les combinaisons de cœurs initialement possibles de telle sorte que dans ceux avec lesquels Ouest a fourni ♥32 et Est ♥RD le valet soit possible aussi bien d'un côté que de l'autre.
Mais ce protocole n'est pas celui de boréliens, il n'est pas plus compatible avec notre donne que le précédent puisqu'il nous oblige à mettre le V en Ouest dans certains étuis, et il ne passe pas le test de la probabilité totale dés lors que la présence des cartes de notre donne dans les étuis n'est pas respectée.

En conclusion:

Le procédé borélien de calcul de la probabilité n'est compatible ni avec notre donne, ni avec les situations de bridge ou un autre couple d'honneurs équivalents que celui de notre donne est fourni.
Et il n'est pas possible d'imaginer un protocole de tirage reproduisant les fréquences de fourniture qui soit à la fois compatible avec notre donne et avec toutes les situations de bridge.

Prenez un problème classique dont la résolution nécessite l'application de la loi de Bayes:
Le gène A est présent chez 10% de la population. Les porteurs du gène A contractent la maladie B avec une fréquence de 80% et les non-porteurs la contractent avec une fréquence de 20%. Je tire un individu au hasard. Il est malade de B. Quelle est la probabilité pour qu'il soit porteur du gène ?
Ici notre univers est la population. Tout ce qui est possible au moment du tirage (au moment de l'évaluation de la probabilité) est possible dans notre univers. <u>Les chiffres qui vont nous permettre de calculer notre probabilité sont ceux qui structurent notre univers.</u> Fréquence du gène 10% : 10% des individus composant l'univers sont porteurs du gène. Si je prends dans la population, le sous-ensemble des porteurs du gène, 80% d'entre eux sont malades de B… etc…
En matière de bridge pour utiliser une fréquence de fourniture de 1/3 il faut se trouver dans un univers où toutes les possibilités de fournitures sont présentes et vous voyez bien que cela n'existe pas dans une donne unique où l'on ne fournit qu'une fois. Notre univers n'est pas composé de plusieurs donnes, il est composé de plusieurs cartes formant des mains possibles. Dans notre univers il n'est pas possible que certaines combinaisons aient été fournies alors que cela est possible dans l'autre. En outre il n'est pas sur du tout que les joueurs de notre table fournissent de manière aléatoire. Et enfin pourquoi voulez vous que la façon dont les adversaires fournissent des cartes équivalentes, puisse influencer une probabilité qui est liée aux hasards de la distribution?

Le mode de calcul des boréliens cache – t- il d'autres incohérences?

Oui en voici une autre:
Imaginons maintenant qu′au lieu de ♥RDV32 on donne ♥5432 au flanc et que le ♥2 et le ♥4 étant fournis au 1[er] tour , le ♥3 apparaisse en Ouest au second tour. On s′interroge sur la probabilité de situation du ♥5.
Voici où l'on en est des cartes localisées et non localisées.

OUEST	♦V	♦10	♦9	♥2	♥3								
EST	♦3	♦6	♦7	♥4									

Mais cette fois les choses sont un peu différentes.
Nous sommes bien d'accord sur le fait qu'à ce stade, les répartitions possibles des cœurs sont 2-2 ou 3-1 (3 en Ouest) et que la probabilité de 3-1 est égale la probabilité de ♥5 en Ouest
Or d'après Borel
Si Ouest a ♥532, il fournit 32 une fois sur 3.
Si Est a ♥54, il fournit le 4 une fois sur 2.

OUEST	**+**	16	**EST**	+	fourniture	présence	présence et fourniture
♦♦♦ ♥**32**	♥5	7	♦♦♦ ♥4		1/3	8/17	16/102
♦♦♦ ♥**32**		8	♦♦♦ ♥4	♥5	1/2	9/17	27/102

P(♥5 en Ouest)= 16/43=**37%**.

Tous les cœurs étant équivalents, dés que l'un des joueurs a le choix, il peut fournir l'un ou l'autre indifféremment.
Or pour calculer la probabilité de Borel, nous devons évaluer la probabilité de présence du ♥5 en Ouest et, dans la situation de notre donne, elle est de 8/17 soit **47%**.
Ce qui signifie que le ♥5 est en Ouest dans 47% des mains possibles.
Ce qui signifie que les cœurs sont 3-1 dans 47% des donnes non?
Alors pourquoi Borel trouve – t –il que quand le 3, le 2 et le 4 sont fournis cette probabilité est 37%.
Comment peut - on trouver que la probabilité des cœurs 3-1 est 37% dans un univers où les cœurs sont 3-1 dans 47% des donnes?
C'est même pire que ça: comment peut-on trouver que la probabilité des cœurs 3-1 est 37% dans un univers où pour estimer cette probabilité, on en a utilisé une autre qui nous disait que la probabilité des cœurs 3-1 est 47%?

Certes ici on s'intéresse aux cas où Ouest a fourni le 2 et le 3 et Est le 4. Mais on trouverait encore 37% si Ouest avait fourni le 4 et le 5 et Est le 3. Et encore 37% dans tous les cas où Ouest aurait fourni n'importe quel couple de petites cartes et Est n'importe quelle petite carte. Donc, parmi tous les cas similaires où les boréliens calculent que la probabilité des cœurs 3-1 est 37%, il y a 47% de cas où ils sont 3-1.   Faut il en déduire que dire "la probabilité des cœurs 3-1 est 37%" n'est pas équivalent à dire "les cœurs sont 3-1 dans 37% des donnes où l'on effectue le calcul"?
Curieux non?
Curieux et même incohérent.

Donc ici, nous jouons 10.000 donnes où les flancs se partagent 4 petits cœurs. Dans **47%** de ces donnes, les cœurs sont 3-1 (sous la contrainte de la probabilité de présence). Et les boréliens calculent 10.000 fois que la probabilité des cœurs 3-1 (quelles que soient les 3 cartes fournies) est **37%** tandis que les distributionnistes évaluent cette même probabilité à **47%**.
A quel procédé de calcul faites - vous confiance?

Pour expliquer cette bizarrerie, il faut une fois de plus se référer au protocole qui construit l'univers des boréliens.
Si dans toutes les donnes de cet univers vous dotez Ouest du 2 et du 3 de cœur pendant qu'Est hérite du 4, et que vous faites fournir les cartes de façon aléatoire, quand Ouest fournit le 3 et le 5 ou le 2 et le 5, quelle est la probabilité du 5 en Ouest? 100% évidemment. Et la probabilité des cœurs 3-1 est aussi 100%. Et donc finalement, le seul cas où la probabilité des cœurs 3-1 n'est pas 100% est le cas où le 2 et le 3 sont fournis!!!
Voilà où sont passées les 10% de mains où les cœurs sont 3-1 qui manquent à l'appel. Enfouies dans le fatras des accessoires que l'illusionniste a empilés sur le côté obscur la scène pour préserver le mystère de la manipulation qu'il exhibe en pleine lumière.

Mais pensez vous qu'il faille faire confiance à un univers dans lequel la probabilité des cœurs 3-1 oscille entre 37% et 100% selon la nature des 2 petits cœurs fournis par un flanc, pour simuler les conditions d'une donne de bridge?

Si vous répondez non à cette question, pouvons nous ranger au grenier l'univers de Borel ainsi que la probabilité qu'il calcule et oublier le moindre choix?

3.

Les pièges du bon sens.

Voila donc résolue la question de l'arbitrage entre les 3 procédés qui prétendent calculer une probabilité en cours de jeu dans une situation de bridge.
Mais il reste une question plus passionnante encore :"Pourquoi les bridgeurs (et de nombreux mathématiciens dans la foulée) ont-ils adopté avec une unanimité impressionnante un procédé de calcul de la probabilité qui ne peut recevoir la caution des mathématiques?"
De mon point de vue il y a de grandes chances pour que le coupable soit: le bon sens.
Oui, vous savez: le bon sens "ce ramassis de préjugés acquis avant l'âge de 18 ans" disait Einstein.
Tout scientifique, et notamment tout mathématicien a appris à se méfier du bons sens, lui préférant la lumineuse évidence des démonstrations. Et s'il est un domaine des mathématiques où le bons sens peut nous jouer plus d'un tour pendable, c'est bien les probabilités.

D'abord les bridgeurs (et pas seulement eux) ont tendance à faire un amalgame entre probabilité et fréquence dans un grand nombre d'épreuves. Le bon sens.
Ils n'ont pas tort remarquez mais à la formulation de cette équivalence il manque une précision de taille: On peut faire l'amalgame entre probabilité et fréquence dans un grand nombre d'épreuves <u>à condition que ces épreuves soient absolument compatibles avec les circonstance dans lesquelles cette probabilité nous est donnée à évaluer</u>.
En d'autres termes : "à condition que l'univers dans lequel se déroulent ces épreuves soit celui dans lequel nous évaluons notre probabilité" En d'autres terme, en matière de bridge et de donnes, "à condition que ces épreuves se déroulent dans un contexte où tout ce qui est possible (respectivement impossible) dans notre donne est possible (respectivement impossible) dans l'univers."
Il n'en reste pas moins que les bridgeurs sont souvent victimes de cette déformation qui consiste à assimiler la probabilité à la rentabilité d'une stratégie obsolète au moment où se pose le problème. Nous appellerons cette maladie la "casinomanie".

Ensuite les bridgeurs ont tendance à négliger les petites cartes. Le bon sens.
Or le hasard et les mathématiques se foutent de la valeur des cartes. Pour eux un 2 ou un as sont des bouts de carton comme les autres. Et évaluer une probabilité c'est quantifier la possibilité pour qu'une hypothèse se produise dans les bouts de carton qu'un joueur a en main au moment où se pose le problème. Les lois du bridge n'interviennent dans les probabilités que pour nous indiquer que certaines combinaisons ou ensembles de combinaisons sont possibles, impossibles ou certains, en fonction des cartes jouées ou des enchères produites.
Mais ce qui est certain, c'est que lorsqu'un joueur fournit un 2, il est impossible d'imaginer une combinaison qui le situe dans la main de son partenaire, le nombre de combinaisons possibles pour chaque main a diminué de façon conséquente et le nombre de cartons non localisés dans les deux mains ou dans la main qui a fourni ce 2 a diminué d'une unité (et une unité sur 26 , sur 13 , sur 8 sur 4 selon le stade d'avancement de la donne, c'est beaucoup). En somme, il est impossible de construire un espace de probabilité cohérent, en matière de bridge, si l'on néglige les petites cartes.
Il n'en reste pas moins que les bridgeurs sont souvent victimes de cette déformation qui, au moment d'évaluer une probabilité, leur fait considérer les petites cartes comme de la roupie de sansonnet indigne d'influencer leurs calculs.
Nous appellerons cette maladie la "minusphobie".

Les exemples de ces deux pathologies ne manquent pas.

1) La chicane

Atout pique. Entame carreau prise de l'as. On joue atout Est défausse. Les atouts étaient 4-0. On donne 3 tours d'atout supplémentaires. Ouest fournit successivement 4 piques 2,3,4,5. Est fournit 4 cœurs 2,3,4,5.
La ♣D est elle plus probable en Est ou en Ouest?

OUEST	♦2	♠2	♠3	♠4	♠5								
EST	♦3	♥2	♥3	♥4	♥5								

Le casinomaniaque imagine un univers où les piques sont 4-0 et il voit 13 places vacantes dans le jeu d'Est contre 9 seulement dans la main d'Ouest. Donc la dame est plus fréquente en Est.
Ce type de raisonnement est valable <u>tant qu'il existe une dissymétrie des cartes connues</u>, c'est-à-dire tant qu'on localise chez un joueur plus de cartes qu'il n'en a fourni. La ♣D était donc plus probable en Est à la fin des 2^e, 3^e et 4^e levée. Mais à la fin de la 5^e levée, chaque joueur a fourni 5 cartes et il n'y a pas plus de cartes localisées que de cartes fournies. Alors pourquoi estimer que la ♣D est toujours plus probable en Est qu'en Ouest?
Parce qu'en plus d'être casinomaniaque, le bridgeur est minusphobe. Il n'a pas vu les 4 petits cœurs fournis par Est. Les piques oui, il les a vus et comptés, (peut être en vertu de la noblesse des atouts?) Mais les 4 cœurs? Ont-ils seulement une réalité?
Eh bien oui, ils en ont une, ils sont au moins aussi réels que les petits piques et à ce stade la probabilité de la ♣D en Est est 50%.
Distribuez des donnes au hasard, retenez 10.000 donnes où Ouest a ♦2♠5432 et Est une chicane pique, ♦3♥5432 et dans ces donnes la ♣D sera 5000 fois en Est. D'ailleurs, ne vous semble – t il pas évident que dés lors qu'il reste 8 cartes à chaque joueur la probabilité que l'un deux ait la D soit de 50%? Pour vous en convaincre, faites donc le test de la probabilité totale.

2) Le partage

Nous distribuons des donnes au hasard et nous ne retenons que celles où les trèfles sont 4-3 (4 en ouest). Parmi eux la ♣D

OUEST					♣	♣	♣	♣						
EST					♣	♣	♣							

Probabilité de la ♣D en Ouest? 4/7 soit 57%.
On joue à pique. Le flanc se partage 5 piques. Les trèfles sont 4-3. Entame ♦, 3 tours d'atout, au 3^e tour Ouest défausse le ♣5.

OUEST	♦2	♠5	♠6	♣5									
EST	♦3	♠2	♠3	♠V									

Quelle est la probabilité de la ♣D en Ouest?
Le casinomaniaque s'imagine jouant 10.000 donnes aléatoires avec les trèfles 4-3. Sur ces 10.000 donnes la dame sera 5700 fois en Ouest donc la probabilité de la ♣D est 57%.
Pas du tout. Il est vrai que la dame sera 5700 fois en Ouest mais parmi les donnes où le ♣5 sera en Ouest avec 3 autres trèfles, la ♣D sera située en Ouest dans 50% des cas car les trèfles non localisés sont maintenant 3-3.

3) Les honneurs secs

C'est sans doute le plus bel exemple de la casinomanie.
Atout pique, je manie ♠AR876 (Nord)
♠10954 (Sud).
Entame carreau. Je prends en main, je joue pique pour l'as. Ouest fournit le ♠2 Est fournit le ♠V
Je reviens en main à carreau.
Je rejoue pique vers le mort Ouest fournit le ♠3.
Nous en sommes là:

OUEST	♦2	♦4	♠2	♠3									
EST	♦3	♦5	♠V										

Faut-il mettre le roi ou faire l'impasse?
Tous les bridgeurs savent qu'il est environ 2 fois plus fréquent de trouver chez un joueur un singleton à pique (♠V ou ♠D sec) qu'un doubleton (♠DV secs), bien que le doubleton soit un peu plus fréquent que ♠V sec.
Donc que nous inspire la casinomanie? Si nous jouons 10.000 donnes nous toucherons presque deux fois plus de singletons que de doubletons. Donc optons pour le singleton et faisons l'impasse pour toucher le pactole.
Certes, l'univers initial comporte plus d'honneurs secs que de doubletons mais là , des 10.400.600 mains initialement possibles, il ne reste plus que 92.378 rescapées et le singleton de la dame présente visiblement un électroencéphalogramme plat.
D'autre part, le calcul de probabilité classique ne confirme pas la stratégie des casinomaniaques car il nous impose de comparer à ce stade les mains situant la ♠D en Est (52%) à celles qui situent ♠D en Ouest (48%).
Alors?
Eh bien alors il est temps d'inventer le moindre choix.
Si Est fournit le V une fois sur 2 avec DV (alors qu'il est obligé de fournir le V avec V sec) on applique au calcul un filtre qui divise par deux la probabilité de présence du V provenant de DV et on obtient une probabilité (64% de ♠D en Ouest dans la version borélienne) qui ressemble d'avantage à celle que les casinomaniaque appellent de leurs vœux.
Qu'est ce qu'on n'inventerait pas pour justifier une conviction que nous souffle notre bon sens!
Mais maintenant que nous connaissons les pièges du moindre choix peut être convient – il d'examiner les exemples qu'on donne pour illustrer sa pertinence.

Il y a **l'exemple des 3 urnes**. L'urne A contient 30 boules noires, l'urne C, 30 boules blanches, l'urne B, 40 boules blanches et 40 boules noires. On plonge la main dans une urne indéterminée et on en tire une boule noire quelle est la probabilité qu'elle provienne de l'urne B?
La probabilité de choisir une urne donnée est 1/3. Une fois qu'on a choisi l'urne la probabilité de tirer une boule noire (n) est 1 dans l'urne A et 1/2 dans l'urne B.
Donc P(A et n) est 1/3 ou 2/6 tandis que P(B et n) est 1/6.
La loi de Bayes nous permet d'affirmer que P(B quand n est réalisé) = $\frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$
Donc la boule provient plus fréquemment de l'urne A que de l'urne B.
Voyez vous une différence avec notre problème de bridge? Non? Alors peut être que les choses seront plus claires après que vous ayez résolu le problème suivant:

L'exemple de l'île singulière.
Vous arrivez sur une île qui est habitée par 30 valets célibataires, 30 dames célibataires, et 40 valets mariés à 40 dames.
Comme on ne badine pas avec la morale sur cette île on a tatoué un C sur la fesse gauche des célibataires et un M sur la fesse gauche des mariés.
La première personne que vous rencontrez sur cette île est un valet. Avant qu'il ne baisse son froc pour que vous découvriez son état civil pariez- vous sur célibataire ou marié?
Cette fois notre univers est composé de 4 sous ensembles: DameC , DameM, ValetC, ValetM. Manifestement votre candidat au déculottage fait partie soit de ValetC d'effectif 30 soit de ValetM d'effectif 40.
La loi de Bayes nous permet d'affirmer que P(M quand V est réalisé) = $\frac{40}{40+30} = \frac{4}{7}$. Donc il vaut mieux parier sur marié.

On l'aura compris, dans un cas comme dans l'autre, le parallèle avec notre donne est évident puisque dans le premier exemple, on pouvait tout aussi bien mettre dans les urnes des valets et des dames plutôt que des boules blanches et des boules noires.
Dans les deux cas on applique la loi de Bayes et pourtant le résultat du premier exemple semble donner raison au moindre choix tandis que le résultat du second semble donner raison aux distributionnistes.
Mais quelle est donc la différence entre le premier exemple et une donne de bridge?

Le premier exemple est un univers d'épreuves.
L'issue d'une épreuve est formée par la combinaison d'une urne et d'une boule parmi celles qui sont dans l'urne.
Les issues possibles sont donc 30 issues de type An, 30 de type Cb , 40 de type Bn et 40 de types Bb.
Mais les issues ne sont pas équiprobables. La probabilité est équitablement répartie sur les urnes mais de ce fait elle n'est pas équitablement répartie sur les boules puisque tirer dans l'urne A qui contient 30 boules est aussi probable que tirer dans l'urne B qui en contient 80. Si on appelle p la probabilité d'une issue de type An ou Cb et q la probabilité d'une issue de type Bn ou Bb.
On doit avoir 30p = 80q (il est aussi probable de tirer dans une urne A que dans une urne B)
et 60p + 80q = 1 (probabilité totale)
D'où on tire p = $\frac{1}{90}$ et q =$\frac{1}{240}$.
Ainsi donc, notre univers est composé de 140 issues et on connait la probabilité de chacune.
A chaque épreuve, il ne fait aucun doute que chacune des 140 issues est possible et qu'il n'existe pas d'issue possible en dehors de ces 140 ce qui confirme la cohérence de l'univers avec les conditions de tirage.
Partant de là la probabilité de tirer Bn est $\frac{40}{240} = \frac{1}{6}$ et celle de tirer An est $\frac{30}{90} = \frac{1}{3}$.
Et on retrouve la probabilité donnée par la formule de Bayes.

Peut-on faire la même chose avec une donne de bridge?
Donc, si j'ai bien compris l'analogie, au bridge, il existe (approximativement et en proportion) 30 mains possibles avec le V sec, 30 avec D sèche et 40 avec DV secs. On met chaque groupe de mains dans une urne différente. Bien j'imagine des urnes contenant 30 ou 40 étuis différents selon la nature des donnes qu'on y a enfermées. Ensuite..
Stop. Est-ce que, sous prétexte qu'il existe 3 sortes de mains, il est équivalent de tirer une donne au hasard et de tirer dans une urne?
Si je tire dans une urne quelle est la probabilité de tirer une donne avec DV secs par exemple? 1/3
Et si je tire une donne au hasard quelle est la probabilité pour qu'elle contienne DV secs? 40/100.
Donc à quoi servent les urnes? à nous embrouiller?
Le seul procédé de tirage qui s'apparente au choix d'une donne de bridge ne serait – il pas celui qui consiste à poser les 100 étuis sur la table et d'en tirer un au hasard? Le problème avec les boules, c'est que si je supprime les urnes et que je pose les 140 boules sur la table je suis dans un univers de boules, une population, un univers semblable à celui de l'île singulière. Mais avec les étuis il reste encore une chance de simuler l'univers d'épreuves exigé par le moindre choix, puisqu'on peut tirer au sein de l'étui.
Donc exit les urnes. Je pose les 100 étuis sur la table. A ce stade, comment doit-on procéder pour traduire le fait qu'après avoir tiré un étui avec DV il y aura 2 issues possibles: la D ou le V?
On pourrait marquer "je tire une D" au dos de la moitié des étuis contenant DV et "je tire un V" au dos de l'autre moitié.
Mais comme il est possible de tirer le V dans l'un de ces étuis au dos desquels on a écrit "je tire une D" cet univers ne rend pas compte de toutes les issues possibles. Toute D et tout V constitue une issue possible.
Donc je vais dédoubler chaque étui contenant DV en un étui DV (dame tirée) et un étui VD (V tiré) , il y en aura 40 de chaque type, et je vais répartir la probabilité au prorata de ce que je sais.
Si **p** est la probabilité de tirer un étui DV ou VD et **q** la probabilité de tirer un étui V ou un étui D.
On a q = 2p (la probabilité de tirer un étui DV (ou VD) est la moitié de la probabilité de tirer un étui V (ou D))
et
80p+60q=1 (probabilité totale)
d'où p= $\frac{1}{200}$ et q = $\frac{2}{200}$
Si je tire un V, il provient soit de l'ensemble {VD} de probabilité $\frac{40}{200}$, soit de l'ensemble {V} de probabilité $\frac{60}{200}$
Donc la probabilité pour qu'il provienne de {VD} est $\frac{40}{40+60}$ = 40%.
Les conclusions du moindre choix sont bien confirmées.

Quant à nos conclusions ce sont les suivantes: finalement on s'est donné beaucoup de mal pour rien car une fois qu'on a éliminé le leurre des urnes et qu'on a veillé à ce que toutes les issues possibles soient présentes dans notre univers (ce qui est incontournable) on s'aperçoit qu'il est équivalent de traiter les deux problèmes suivants:
1) je mets les 100 étuis sur la table, j'en choisis un, il contient un V (ou j'en tire un V), quelle est la probabilité qu'il provienne de DV?
et **2)** j'ai 100 étuis sur la table dont 40 contiennent DV, je tire un étui au hasard quelle est la probabilité qu'il contienne DV?

Donc que démontre le problème des urnes ou tout problème qui prétend s'en inspirer?
Il démontre que dans la population des donnes il y en a plus avec un des deux honneurs sec qu'avec les deux honneurs secs, ce que nous savons depuis belle lurette.
Lorsque les adversaires se partagent 4 piques dont DV, on peut construire initialement 705.432 mains avec DV secs, 646.646 mains avec D sèche et autant avec V sec.
Et la solution à nos deux problèmes est $\frac{705.432}{705.432+646.646+646.646}$ = $\frac{6}{17}$ = 35%.

Mais ce chiffre ne signifie quelque chose que pour autant qu'avec les cartes disponibles au moment où l'on construit ces mains on peut en construire avec des chicanes à pique, avec des singletons pique du 2 ou du 3, avec le ♦2 en Est , avec le ♦3 en Ouest ou avec ces 2 cartes du même côté. Selon vous, cet instant a –t-il quelque chose de commun avec celui où vous évaluez votre probabilité? Non. Et ni le leurre des urnes, ni celui de la fourniture aléatoire, ne peuvent vous tromper sur ce point. Et lorsque le hasard a distribué votre donne, celle qui est là devant vous, pensez vous qu'il puisait dans une urne où il était 2 fois moins probable d'en tirer une avec DV qu'une avec V sec? Non, puisque tous vos calculs initiaux sont fondés sur l'équiprobabilité des mains? Et si initialement le hasard avait plus de chances de vous mettre en présence d'une donne avec DV secs qu'une donne avec V sec est ce que la façon dont l'adversaire va fournir avec DV peut changer quelque chose à cette probabilité?
Vous voyez bien que votre univers de boules ou de donnes n'a rien à voir avec celui dans lequel nous évaluons notre probabilité.

Un univers de donnes c'est un univers d'épreuves, différenciées par la composition des mains, par le mode de fourniture et par les fournitures. Un univers de casino où les épreuves de même type se succèdent. Pour pouvoir le quantifier, et le "probabiliser", il faut imaginer que chaque donne est jouée (fournie) de telle façon, que chaque donne a une issue et compter les issues.
Un univers de mains c'est l'ensemble des hypothèses que l'on peut formuler sur le contenu (les cartes) d'une ou plusieurs mains au cours d'une donne. C'est un univers très différent. Les issues sont un sous ensemble des mains possibles dans cette donne.
Avant que le jeu de la carte ne commence, il est facile de faire un amalgame entre l'univers des mains initiales et l'univers des donnes. **Mais dés qu'une carte est jouée**, c'est fini, on entre dans un autre univers où les possibles ne peuvent plus situer la carte qui a été jouée par un flanc dans l'autre. Et l'amalgame avec l'univers des donnes n'a plus aucune pertinence. Pour calculer une probabilité, il faut se tourner vers un univers de cartes ou de mains. L'univers des mains possibles.

Quant à l'assertion selon laquelle la probabilité (ou plutôt le calcul de probabilités) dans une donne évolue selon l'instant auquel on l'estime, je ne vous ferai pas l'injure de vous la démontrer tellement son évidence est criante. Bornons nous à constater que nous nous interrogeons bien sur la probabilité de composition des mains en présence en cours de jeu et que la localisation de toute carte qui jusque là ne l'était pas caractérise un instant où cette probabilité évolue.

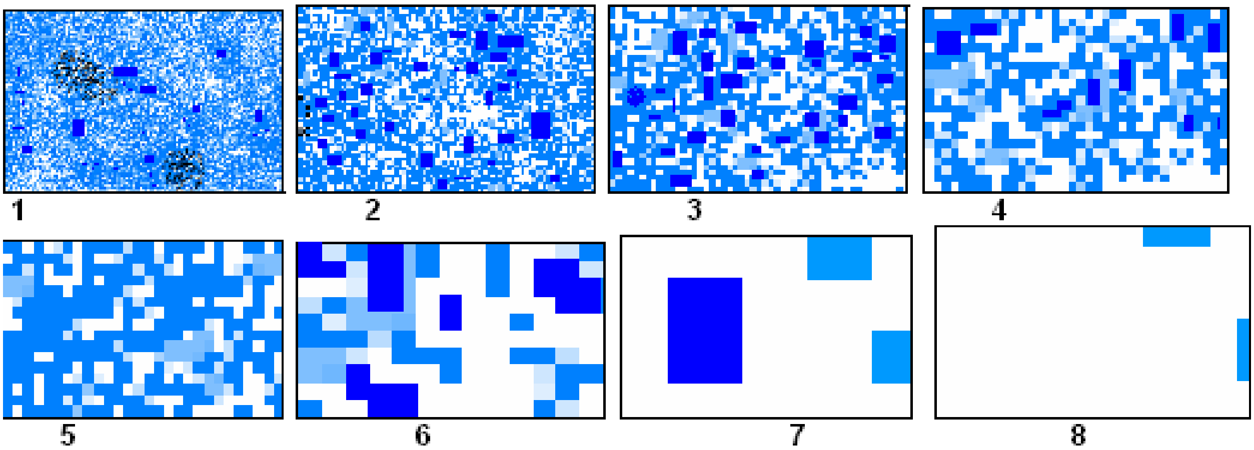
Mais alors comment expliquer ce paradoxe que les donnes à singleton étant plus nombreuses on trouve toujours que la probabilité du doubleton est plus importante que celle du singleton? C'est que vous ne vous posez pas la bonne question. Demandez-vous plutôt si dans votre population de donnes il y a plus d'honneurs célibataires (1.293.292) que d'honneurs mariés (1.410.864) . Et là vous comprendrez que quand vous rencontrez un honneur, il a plus de chances d'être marié que d'être sec. Ceci dit, attention! Cette probabilité est de l'ordre de 52%: votre ligne de jeu, quelle qu'elle soit, ne va ni vous rapporter le pactole ni vous coûter une fortune.

Probabilités et stratégie

Une fois qu'on a bien saisi la différence entre les deux types de probabilités qu'on pourrait aussi bien appeler probabilités initiales (l'univers est un ensemble de donnes) et probabilités dans une donne (l'univers est l'ensemble des mains possibles), il reste à résoudre une question de taille:
Lorsque le joueur adopte une stratégie doit il se fier aux fréquences initiales (moyennant quoi il va évaluer le gain de sa stratégie comme une espérance mathématique sur l'ensemble des donnes) ou à la probabilité dans une donne (moyennant quoi il va évaluer le gain de sa stratégie comme une espérance mathématique sur l'ensemble des mains possibles).
Ce problème se pose souvent au cours des maniements de couleurs où les spécialistes avancent des chiffres basés sur les fréquences initiales alors que, quelquefois, au moment crucial où le choix de la manœuvre va devenir irréversible, les probabilités préconisent l'attitude inverse.
Ce qui compte, au fond, n'est ce pas **la fiabilité du chiffre qui mesure vos chances** au moment où vous allez engager votre pari?
Il est possible que les fréquences initiales évaluent vos chances de réussir une impasse à 60% mais qu'au moment de faire cette impasse sa probabilité de réussite ne soit que de 50%. Décevant certes, mais si c'est le chiffre de 50% qui caractérise la vérité de l'instant, c'est sur lui qu'on se basera.
Il n'en reste pas moins que vous aurez le plus grand mal à faire comprendre au casinomaniaque que, si les piques sont 4-0 dans une donne, une fois que vous avez joué 4 tours de pique et que le joueur qui n'avait pas de pique a fourni 4 petits cœurs, la ♣D est aussi probable d'un côté comme de l'autre. Le casinomaniaque se voit jouer 1000 donnes avec 13 chances sur 22 soit 59% de chances pour que la dame soit située du côté qui n'a pas de pique alors qu'est ce que vous l'emmerdez avec votre mesquin 50%. Lui, il n'est pas dans votre donne, il est dans un univers onirique ou les ♣D foisonnent en Est comme s'il en pleuvait.

Pourtant, dans la littérature du bridge, on observe quelques timides tentatives de se rapprocher de la vérité de la donne. Roudinesco par exemple nous recommande de prendre en compte les dissymétries de cartes connues dans les flancs (loi des places vacantes). Mais curieusement, la loi des places vacantes n'est pas toujours appliquée quand il n'y a pas de dissymétrie !
Il nous recommande aussi de procéder à un jeu de découverte et de différer au maximum la manœuvre cruciale parce que si l'on découvre que les cœurs sont 0-4 dans une donne où les piques sont 4-0 cela annulera l'avantage de l'impasse sur EST. Mais curieusement, la connaissance des 4 cœurs fournis sur les 4 tours de pique ne joue pas le même rôle. Comme s'il subsistait une dissymétrie des cartes connues.

Peut être que pour convaincre le bridgeur, il faut lui démontrer qu'une stratégie basée sur l'instant où l'univers des possibles a subi plusieurs restrictions est toujours préférable (toujours plus rentable) à une stratégie basée sur les possibles antérieurs.
Pour tenter de faire comprendre cela penchons nous sur la parabole de la chute:



Mille fusées situées en orbite haute vont retomber sur la planète chicanepique qui est composée à 59% de bleu de Bresse et à 41% de blanc cabécou.
Les techniciens de cap carnaval suivent la chute erratique des engins à travers 8 photos, de plus en plus rapprochées, de la zone où l'impact final est possible. Comme les techniciens sont joueurs, ils parient sur la couleur du point d'impact.
Les casinomaniaques parient sur la zone bleue qui leur garantit un rapport substanciel.
Les autre attendent la 8^{e} photo pour parier.
D'après vous quelle est la stratégie la plus rentable?
La 2eme évidemment. Bien sûr les casinomaniaques vont gagner leur pari dans 59% des cas.
Mais il suffit de regarder la 8^{e} photo pour comprendre que celui qui attend d'avoir le plus de détails possibles sur le point d'impact va gagner son pari dans plus de 59 pour cent des cas.
Eh bien au bridge c'est la même chose. La première photo est celle des distributions initiales et au fur et à mesure que des cartes sont jouées on a des photos de plus en plus rapprochées des mains en présence, le point d'impact étant la main qui a la ♣D ou la carte cherchée.
En fait le déroulement de toute donne est un jeu de découverte.

Et il est plus efficace de baser une stratégie sur une probabilité en cours de jeu que sur une fréquence initiale.

Ouf! J'en ai fini avec ces conneries.
Si on allait déguster un bon cabécou avec Pic Saint Loup de derrière les fagots pour fêter ça?
Mais avant juste une dernière chose.

C'est sûr, cet article va être contesté avec vigueur.
Mais avant de le contester faites un petit travail salutaire.

1) Si vous contestez ces conclusions, demandez- vous au moins comment on fait pour calculer la probabilité, au stade où se pose un problème de bridge. Et pas seulement la probabilité de la seule carte qui vous intéresse mais la probabilité de toutes les cartes qui ne sont pas encore localisées.
Si vous contestez mon mode de calcul, c'est que vous en avez un autre à me proposer. Si vous n'en avez pas, c'est que vous fondez vos convictions sur un acte de foi, et mon sacerdoce étant essentiellement voué aux sciences je ne suis pas en mesure de recueillir votre confession.

2) Ensuite contrôlez la cohérence de l'univers dans lequel vous calculez votre probabilité avec celui de votre donne. Toutes les choses qui sont possibles ou impossibles dans votre donne doivent être possibles ou impossibles dans votre univers. Et ne trichez pas avec la signification du mot "possible". Il fait partie de notre bagage logique commun et nous devons nous accorder sur son sens. Une fois ce travail réalisé, les dénombrements réalisés sur votre univers doivent rendre compte de tous les calculs de probabilités applicables à votre donne.
Si un tel univers existe, et qu'il confirme la justesse de vos calculs, vous devez pouvoir me le décrire. Si vous ne pouvez pas, c'est que probablement vous faites des mathématiques aux abords d'une faille spatiotemporelle, dans un univers où l'on ne joue pas à la pétanque, où l'on ne connait pas le Pouilly– Fuissé et où l'on ne trouve la langouste qu'à l'état de fossile aussi ne m'en veuillez pas si je répugne à y mettre les pieds.

3) Enfin, si vous ne contestez pas les tests de cohérence, notamment celui de la probabilité totale appliquez ces tests à votre calcul pour en contrôler la pertinence. Si les chiffres que vous calculez, se glissent sans grincement dans les cases que leur réservent ces tests, vous pouvez considérer que cela est de bon augure pour votre argumentation. Si ce n'est pas le cas, demandez vous où est la faille.
Et si vous contestez les tests de cohérence c'est, j'en suis navré, qu'il vous faut retourner à l'école et revoir les principes élémentaires qui fondent la probabilité. Dans ce cas, je ne peux rien faire pour vous.

Mais si , ayant effectué tout ce travail, vous n'êtes toujours pas d'accord avec cet article, c'est que vous avez de sérieux arguments de nature mathématique à m'opposer. Dans ce cas, et dans ce cas seulement, vous me rendrez un fier service en m'en faisant part, si possible en évitant la vindicte et l'acrimonie qui, par un curieux concours de circonstances, inhibent ma réceptivité aux arguments les plus convaincants tout en favorisant mon hygiène corporelle par l'usage que je fais des feuilles qui portent les traces de leur infamie.
Je voue une reconnaissance éternelle à tous ceux qui me permettent de mourir moins con et d'ailleurs, j'essaie moi-même, avec mes modestes moyens de rendre le même service à mes congénères. Pas toujours avec le succès escompté il faut bien le dire.

Mais, en ce qui concerne la correction de mes propres erreurs, je considère que c'est un moyen de m'enrichir, privilège enviable en ces temps de crise.